NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	1 de 8	
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement			
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1			
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004	
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004	

Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement

Cet exemple détaille la vérification d'une poutre homogène simple soumise à une charge uniformément répartie. La poutre n'est maintenue latéralement qu'aux points d'appui.

1 Application

Cet exemple couvre le cas d'une poutre constituée d'un profilé laminé en I, en flexion par rapport à son axe fort et maintenue latéralement uniquement aux points d'appui. Cet exemple comprend :

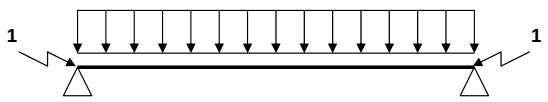
- la classification de la section transversale,
- le calcul de la résistance en flexion, ainsi que le calcul précis du moment critique de déversement élastique,
- le calcul de la résistance au cisaillement,
- le calcul de la flèche à l'état limite de service.

Cet exemple ne comprend pas la vérification de la résistance de l'âme au voilement par cisaillement.

Charge

La charge uniformément répartie se compose :

- du poids propre de la poutre
- de la dalle en béton
- des charges d'exploitation



1 : Maintien latéral

Coefficients partiels de sécurité

- $\gamma_G = 1{,}35$ (charges permanentes) — EN 1990
- $\gamma_Q = 1{,}50$ (charges variables)
- $\gamma_{M0} = 1{,}0$ — EN 1993-1-1
- $\gamma_{M1} = 1{,}0$ — § 6.1 (1)

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	2 de 8
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement		
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1		
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004

Données de départ

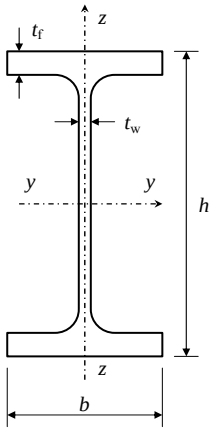
Calcul d'une poutre secondaire non mixte d'un plancher de bâtiment multi-étagé, en fonction des données fournies ci-dessous. On considère que la poutre n'est maintenue latéralement qu'à ses extrémités.

- Portée : 5,70 m
- Distance entre poutres : 2,50 m
- Épaisseur de la dalle : 12 cm
- Cloisons : 0,75 kN/m^2
- Charges d'exploitation : 2,50 kN/m^2
- Densité du béton : 24 kN/m^3
- Nuance d'acier : S235

Poids de la dalle : 0,12 × 24 kN/m^3 = 2,88 kN/m^2

Considérons un profilé IPE 330 – Nuance d'acier S235

Euronorme 19-57



Hauteur h = 330 mm	
Largeur b = 160 mm	
Epaisseur de l'âme	t_w = 7,5 mm
Epaisseur de l'aile	t_f = 11,5 mm
Congé de raccordement	r = 18 mm
Masse	49,1 kg/m

Aire de la section	A = 62,6 cm^2
Moment d'inertie par rapport à l'axe y-y	I_y = 11770 cm^4
Moment d'inertie par rapport à l'axe z-z	I_z = 788,1 cm^4
Inertie de torsion	I_t = 28,15 cm^4
Inertie de gauchissement	I_w = 199100 cm^6
Module élastique par rapport à l'axe y-y	$W_{el,y}$ = 713,1 cm^3
Module plastique par rapport à l'axe y-y	$W_{el,y}$ = 804,3 cm^3

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	3 de 8	
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement			
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1			
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004	
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004	

Poids propre de la poutre : $(49{,}1 \times 9{,}81) \times 10^{-3} = 0{,}482$ kN/m

Charges permanentes :

$G = 0{,}482 + (2{,}88 + 0{,}75) \times 2{,}50 = 9{,}56$ kN/m

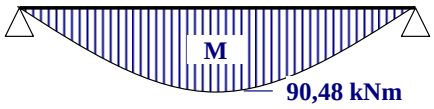
Charges variables (Charges d'exploitation) :

$Q = 2{,}5 \times 2{,}5 = 6{,}25$ kN/m

Combinaison à l'ELU (Etat Limite Ultime) : — EN 1990 § 6.4.3.2

$\gamma_G\, G + \gamma_Q\, Q = 1{,}35 \times 9{,}56 + 1{,}50 \times 6{,}25 = 22{,}28$ kN/m

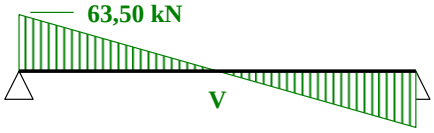
Diagramme du moment



Moment maximal à mi-portée :

$M_{y,Ed} = 0{,}125 \times 22{,}28 \times 5{,}70^2 = 90{,}48$ kNm

Diagramme de l'effort tranchant



Effort tranchant maximal aux appuis :

$V_{z,Ed} = 0{,}5 \times 22{,}28 \times 5{,}70 = 63{,}50$ kN

Limite d'élasticité

Nuance d'acier S235 — EN 1993-1-1

L'épaisseur maximale est de 11,5 mm < 40 mm, donc : $f_y = 235$ N/mm^2 — Tableau 3.1

Remarque : L'Annexe Nationale peut imposer soit les valeurs de f_y tirées du Tableau 3.1, soit celles données par la norme « produits ».

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	4 de 8
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement		
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1		
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004

Classification de la section :

Le paramètre ε est fonction de la limite d'élasticité : $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{235}{f_y\,[\mathrm{N/mm^2}]}} = 1$

EN 1993-1-1 Tableau 5.2 (feuille 2)

Aile « en console » : aile soumise à un effort de compression uniforme

$c = (b - t_w - 2\,r) / 2 = (160 - 7{,}5 - 2 \times 18)/2 = 58{,}25$ mm

$c/t_f = 58{,}25 / 11{,}5 = 5{,}07 \quad \leq \quad 9\,\varepsilon = 9$ Classe 1

Partie interne comprimée : âme en flexion pure

EN 1993-1-1 Tableau 5.2 (feuille 1)

$c = h - 2\,t_f - 2\,r = 330 - 2 \times 11{,}5 - 2 \times 18 = 271$ mm

$c\,/\,t_w = 271 / 7{,}5 = 36{,}1 \quad < \quad 72\,\varepsilon = 72$ Classe 1

La classe de la section transversale correspond à la plus élevée (c.-à-d. la moins favorable) des classes de l'aile et de l'âme, en l'occurrence : Classe 1

Ainsi, les vérifications à l'ELU doivent se référer à la résistance plastique de la section transversale, puisque celle-ci est de classe 1

Moment résistant

La résistance en flexion d'une section transversale s'obtient par :

EN 1993-1-1 § 6.2.5

$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y}\,f_y\,/\,\gamma_{M0} = (804{,}3 \times 235 / 1{,}0) / 1000$

$M_{c.Rd} = 189{,}01$ kNm

$M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 90{,}48 / 189{,}01 = 0{,}479 \quad < \quad 1$ **OK**

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	5 de 8	
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement			
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1			
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004	
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004	

Coefficient de réduction pour le déversement

Pour calculer le moment résistant au déversement d'une poutre non maintenue latéralement, il faut déterminer le coefficient de réduction pour le déversement. Le calcul qui suit permet de déterminer ce coefficient en calculant le moment critique de déversement élastique.

Moment critique de déversement

Le moment critique se calcule à partir de la formule suivante : Voir SN003

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

avec E, le module d'élasticité : $E = 210000$ N/mm^2

G, le module de cisaillement : $G = 80770$ N/mm^2

L, la portée : $L = 5{,}70$ m

Dans la formule du M_{cr}, on peut considérer l'hypothèse suivante :

$k = 1$ puisque l'aile en compression est libre en rotation autour de l'axe faible de la section transversale,

$k_w = 1$ puisqu'aucun dispositif n'empêche le gauchissement aux extrémités de la poutre.

z_g est la distance du point d'application de la charge au centre de cisaillement:

$z_g = h / 2 = +165$ mm

(z_g est positif lorsque la charge s'applique en direction du centre de cisaillement)

Les coefficients C_1 et C_2 s'obtiennent à partir du diagramme du moment. Voir SN003
Dans le cas d'une charge uniformément répartie, et pour $k = 1$, on obtient :

$C_1 = 1{,}127$

$C_2 = 0{,}454$

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

Ainsi :

$$\frac{\pi^2\, E\, I_z}{(k\, L)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 788{,}1 \times 10^4}{(5700)^2} \times 10^{-3} = 502{,}75\ \text{kN}$$

$$C_2\, z_g = 0{,}454 \times 165 = +\,74{,}91\ \text{mm}$$

$$M_{cr} = 1{,}127 \times 502{,}75 \times \ldots$$

$$\left\{ \sqrt{\frac{199100}{788{,}1} \times 100 + \frac{80770 \times 281500}{502750} + (74{,}91)^2} - 74{,}91 \right\}.10^{-3}$$

M_{cr} = 113,9 kNm

Élancement réduit

L'élancement réduit s'obtient à partir de la formule suivante : EN 1993-1-1 § 6.3.2.2 (1)

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y}\, f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{804300 \times 235 \times 10^{-6}}{113{,}9}} = 1{,}288$$

Dans le cas de profilés laminés, $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$ EN 1993-1-1 § 6.3.2.3(1)

Remarque : l'Annexe Nationale peut également donner la valeur de $\bar{\lambda}_{LT,0}$. La valeur recommandée est de 0,4.

Donc $\bar{\lambda}_{LT} = 1{,}288 \ > \ \bar{\lambda}_{LT,0}$

Coefficient de réduction

Dans le cas d'un profilé laminé, le coefficient de réduction pour le déversement se calcule de la façon suivante : EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (1)

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta\, \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{but} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \le 1.0 \\ \chi_{LT} \le \dfrac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

où : $\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta\, \bar{\lambda}_{LT}^2\right]$

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	7 de 8	
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement			
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1			
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004	
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004	

α_{LT} est le facteur d'imperfection pour le déversement. Lorsque l'on applique la méthode pour les profilés laminés, il faut choisir la courbe de déversement à partir du Tableau 6.5 :

EN 1993-1-1 Tableau 6.5 Tableau 6.3

Pour $h/b = 330 / 160 = 2{,}06 \;>\; 2$ ➔ **Courbe c (α_{LT} = 0,49)**

$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$ et $\beta = 0{,}75$

Remarque : L'Annexe Nationale peut donner les valeurs de $\bar{\lambda}_{LT,0}$ et de β. Les valeurs recommandées sont respectivement 0,4 et 0,75.

On obtient : $$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + 0{,}49\left(1{,}288 - 0{,}4\right) + 0{,}75 \times (1{,}288)^2\right] = 1{,}340$$

et : $$\chi_{LT} = \frac{1}{1{,}340 + \sqrt{(1{,}340)^2 - 0{,}75 \times (1{,}288)^2}} = 0{,}480$$

On vérifie ensuite : $\chi_{LT} = 0{,}480 \;<\; 1{,}0$ **OK**

et : $\chi_{LT} = 0{,}480 \;<\; 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 = 0{,}603$ **OK**

Le facteur f permet de prendre en compte l'influence de la distribution du moment sur le moment de résistance au déversementde la poutre :

EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (2)

$$f = 1 - 0{,}5\left(1 - k_c\right)\left[1 - 2\left(\bar{\lambda}_{LT} - 0{,}8\right)^2\right] \quad \text{mais} \leq 1$$

où : $k_c = 0{,}94$

EN 1993-1-1 Tableau 6.6

Donc : $f = 1 - 0{,}5\,(1 - 0{,}94)\,[1 - 2\,(1{,}288 - 0{,}8)^2] = 0{,}984$

On obtient : $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0{,}480 / 0{,}984 = 0{,}488$

Moment de résistance au déversement

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod}\, W_{pl,y}\, f_y / \gamma_{M1}$$

$$M_{b,Rd} = (0{,}488 \times 804300 \times 235 / 1{,}0) \times 10^{-6} = 92{,}24 \text{ kNm}$$

EN 1993-1-1 § 6.3.2.1

$$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 90{,}48 / 92{,}24 = 0{,}981 \;<\; 1 \quad \textbf{OK}$$

Résistance au cisaillement

En l'absence de torsion, la résistance plastique au cisaillement dépend de l'aire de cisaillement, qui se calcule grâce à l'expression suivante :

EN 1993-1-1 § 6.2.6 (3)

$$A_{v,z} = A - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$$

$$A_{v,z} = 6260 - 2 \times 160 \times 11{,}5 + (7{,}5 + 2 \times 18) \times 11{,}5 = 3080 \text{ mm}^2$$

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

NOTE DE CALCUL	Réf document :	SX001a-FR-EU	Page	8 de 8	
	Titre	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement			
	Réf Eurocode	EN 1993-1-1			
	Réalisé par	Alain Bureau	Date	Déc 2004	
	Vérifié par	Yvan Galéa	Date	Déc 2004	

Résistance plastique au cisaillement — EN 1993-1-1 § 6.2.6 (2)

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z}\,(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{3080 \times (235/\sqrt{3})}{1{,}0} = 417{,}9 \text{ kN}$$

$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 63{,}50 / 417{,}9 = 0{,}152 \quad < \quad 1$ **OK**

Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de vérifier la résistance au voilement par cisaillement lorsque : — EN 1993-1-1 § 6.2.6 (6)

$h_w / t_w \leq 72\ \varepsilon / \eta$

Par sécurité on peut prendre $\eta = 1{,}0$

$h_w / t_w = (330 - 2 \times 11{,}5) / 7{,}5 = 40{,}9 \quad < \quad 72 \times 1 / 1{,}0 = 72$

Remarque : Il n'est pas nécessaire de prendre en considération l'interaction entre *l'effort tranchant* et le *moment*, puisque le moment maximal est obtenu à mi-portée, et que l'effort tranchant maximal est obtenu aux appuis. De manière générale, se reporter à EN1993-1-1 § 6.2.8 pour étudier les effets combinés de la flexion et du cisaillement.

<u>Vérification à l'Etat Limite de Service</u>

Combinaison à l'ELS — EN 1990 § 6.5.3

$G + Q = 9{,}56 + 6{,}25 = 15{,}81$ kN/m

Flèche résultant de G+Q :

$$w = \frac{5\,(G+Q)\,L^4}{384\,E\,I_y} = \frac{5 \times 15{,}81 \times (5700)^4}{384 \times 210000 \times 11770 \times 10^4} = 8{,}8 \text{ mm}$$

La flèche résultant de (G+Q) est de L/648 – **OK**

Remarque : Le client devrait spécifier la flèche maximale admissible. L'Annexe Nationale peut préciser des valeurs limites. Dans le cas présent, on peut considérer que les résultats sont pleinement satisfaisants. — EN 1993-1-1 § 7.2.1

Remarque 2 : Pour ce qui a trait aux vibrations, l'Annexe Nationale peut spécifier des limites concernant leur fréquence. Dans le cas qui nous préoccupe, la flèche totale est tellement faible que le problème de vibration ne se pose pas. — EN 1993-1-1 § 7.2.3

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel

Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement
Référence STEEL du document

Enregistrement de la qualité

TITRE DE LA RESSOURCE	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement		
Référence(s)			
DOCUMENT ORIGINAL			
	Nom	**Société**	**Date**
Créé par	Alain Bureau	CTICM	
Contenu technique vérifié par	Yvan Galéa	CTICM	
Contenu rédactionnel vérifié par	D C Iles	SCI	2/3/05
Contenu technique approuvé par les partenaires STEEL :			
1. Royaume-Uni	G W Owens	SCI	1/3/05
2. France	A Bureau	CTICM	1/3/05
3. Suède	A Olsson	SBI	1/3/05
4. Allemagne	C Mueller	RWTH	1/3/05
5. Espagne	J Chica	Labein	1/3/05
Ressource approuvée par le Coordonnateur technique	G W Owens	SCI	21/05/06
DOCUMENT TRADUIT			
Traduction réalisée et vérifiée par :		eTeams International Ltd	
Ressource traduite approuvée par :		CTICM	28/06/05

Créé le lundi 12 novembre 2007
Ce contenu est protégé par des droits d'auteur - tous droits réservés. L'usage de ce document est soumis aux termes et conditions du contrat de licence d'Access Steel